

Высшая математика, семестр 1, 2

Код, направление подготовки	20.03.01 ТЕХНОСФЕРНАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ
Направленность (профиль)	Охрана труда и промышленная безопасность
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Прикладной математики
Выпускающая кафедра	БЖД

Типовые задания для контрольной работы:

Семестр 1. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Введение в математический анализ, дифференциальное исчисление функции нескольких переменных

1. Вычислить, не применяя правило Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{\sin e^{\sin x}}{e^{\sin 3x} - e^{-\sin 3x}}$; $\lim \left(\cos \sqrt{x} \right)^{1/x}$;

$$\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{(x - 2\pi)^2}{\operatorname{tg}(\cos x - 1)} ; \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\arcsin(x+2)/2}{\sqrt[3]{2+x+x^2} - 9}.$$

$$dy \quad y = \operatorname{tg} \left(2 \arccos \sqrt[3]{1-2x^2} \right) \quad x > 0$$

2. Найти дифференциал :

$$3. \text{ Найти производную: } y = \sqrt[x]{(\sin \frac{\sqrt{x}}{\ln(\sin)})^{\ln(\sin)}} = \frac{(1+x^8)\sqrt[12]{1+x^8}}{12x^{12}};$$

$$4. \text{ Найти производную } y'_x \text{ функции } y, \text{ заданной параметрически: } x = \ln(t + t^2 + 1) \quad y = \frac{t^2 + 1}{t}.$$

$$5. \text{ Найти } du, u = y \operatorname{arcctg} x^y$$

$$6. \text{ Составить уравнение нормали к поверхности } z = z(x,y), 3x^2 - 2xy + 6y + 5z^2 = 4 \text{ в точке } (1;-1;1).$$

$$7. \text{ Найти } \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} \text{ при } u = \log_x y$$

Семестр 2. Математический анализ (ряды, обыкновенные дифференциальные уравнения, кратные интегралы, криволинейный и поверхностный интегралы)

1. Исследовать на абсолютную или условную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n}$.

2. Найти область сходимости обобщенного степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-2)^3 (x+3)^{2n}}{3^{2n}}$

$$2n + 3$$

3. Найти решение задачи Коши: $y' + 2y = x \sin x$, $y(0) = y'(0) = 0$.

4. Найти массу пластины с плотностью $\mu = 7x^2 +$, если пластина ограничена линиями $x = 1, y = 0, y^2 = 4x$ ($y \geq 0$)
5. Вычислить площадь внутри кардиоиды $r = 1 - \cos\varphi$.
6. Двойным интегрированием вычислить объемы тел, ограниченных поверхностями: параболоидом вращения $z = x^2 + y^2 + 1$ и плоскостями $x = 0, y = 0, z = 0, x = 4, y = 4$.
7. Изменить порядок интегрирования

$$\int_{-2}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2+y}}^{0} f(x, y) dx + \int_{-1}^{0} dy \int_{-\sqrt{-y}}^{0} f(x, y) dx$$

Типовые вопросы к экзамену:

Семестр 1. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Введение в математический анализ, дифференциальное исчисление функции нескольких переменных

1. Векторы на плоскости и в пространстве. Основные определения.
2. Линейные операции над векторами и их свойства.
3. Линейная зависимость векторов.
4. Базис на плоскости и в пространстве. Координаты вектора в базисе.
5. Прямоугольная декартова система координат. Длина вектора и линейные операции над векторами в координатах.
6. Скалярное произведение векторов.
7. Общее, каноническое, параметрическое уравнения прямой на плоскости. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
8. Нормальное уравнение прямой на плоскости. Отклонение и расстояние от точки до плоскости.
9. Угол между прямыми на плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
10. Кривые второго порядка. Общее уравнение кривых второго порядка. Частные случаи. Эллипс. Гипербола. Парабола.
11. Матрица. Основные определения.
12. Основные действия над матрицами и их свойства.
13. Определители матриц и их свойства. Миноры, дополнительные миноры, алгебраические дополнения.
14. Обратная матрица.
15. Базисный минор матрицы. Ранг матрицы.
16. Матричный метод решения систем линейных уравнений.
17. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.
18. Произвольная система линейных алгебраических уравнений. Основные определения. Однородная СЛАУ. Теорема Кронекера-Капелли.
19. Метод Гаусса – универсальный метод решения СЛАУ.
20. Функции одной переменной. Способы задания, классификация.
21. Предел функции. Теоремы о пределах функции.
22. 1 замечательный предел.
23. 2 замечательный предел.
24. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций.
25. Понятие производной.
26. Геометрический смысл производной. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
27. Производные высших порядков.
28. Понятие дифференциала. Дифференциалы высших порядков.
29. Правило Лопитала для раскрытия неопределенностей.
30. Возрастание, убывание функций. Точки экстремума.
31. Направление выпуклости и точки перегиба графика функции.
32. Первообразная и неопределенный интеграл.
33. Определение и свойства определенного интеграла.
34. Геометрические приложения определенного интеграла.

35. Несобственные интегралы I и II рода.
36. Понятие функции нескольких переменных. Способы задания. Область определения, линии и поверхности уровня.
37. Частные приращения и частные производные. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции нескольких переменных.
38. Градиент и производная по направлению.
39. Полные приращения и полный дифференциал функции нескольких переменных.
40. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
41. Необходимые и достаточные условия экстремума.
42. Задачи условного и безусловного экстремума.

Семестр 2. Математический анализ (ряды, обыкновенные дифференциальные уравнения, кратные интегралы, криволинейный и поверхностный интегралы)

1. Понятие числового ряда, его сходимости.
2. Свойства сходящихся рядов.
3. Необходимый признак сходимости ряда. Гармонический ряд.
4. Признак сравнения сходимости числового ряда с неотрицательными членами.
5. Признак Даламбера сходимости числового ряда с неотрицательными членами.
6. Интегральный признак сходимости числового ряда с неотрицательными членами. Второй признак сравнения, признак Коши.
7. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.
8. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов.
9. Функциональные ряды. Равномерная сходимость функционального ряда.
10. Степенные ряды. Теорема Абеля.
11. Ряды Маклорена и Тейлора. Остаточный член в форме Лагранжа.
12. Разложение некоторых элементарных функций в степенные ряды.
13. Тригонометрические ряды. Теорема Дирихле.
14. Разложение функции, заданной в промежутке, в ряд Фурье по синусам или косинусам.
15. Основные понятия о дифференциальных уравнениях
16. Дифференциальные уравнения первого порядка. Общее решение. Задача Коши.
17. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными и приводящимися к ним.
18. Однородные дифференциальные уравнения и приводящиеся к ним.
19. Линейные однородные дифференциальные уравнения. Свойства их решений.
20. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Метод вариации произвольной постоянной.
21. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
22. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами.
23. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков. Метод вариации произвольных постоянных.
24. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов.
25. Системы линейных дифференциальных уравнений. Общие понятия.
26. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
27. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла.
28. Определение двойного интеграла. Свойства двойного интеграла.
29. Вычисление двойных интегралов.
30. Двойной интеграл в полярных координатах.
31. Интеграл Эйлера-Пуассона.
32. Вычисление площади кривой поверхности.
33. Примложения двойного интеграла в механике.
34. Задача о массе неоднородного тела. Тройной интеграл.
35. Вычисление тройных интегралов.
36. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.
37. Примложения тройного интеграла в механике.
38. Задачи, приводящие к криволинейным интегралам.
39. Определения криволинейных интегралов, их свойства.

40. Вычисление криволинейных интегралов первого и второго рода.
41. Формула Грина.
42. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.
43. Интегрирование полных дифференциалов.
44. Определение поверхностного интеграла первого рода. Вычисление поверхностных интегралов первого рода.
45. Определение поверхностного интеграла второго рода. Вычисление поверхностных интегралов второго рода.